المؤسسة: ثانوية ابن الحجاج الإعدادية
المستوى: الثالثة ثانوي.إعدادي
الأستاذ : المختار بوتنورة

الازاحة والمتجهات

الكفـــايـات

-- التعرف على صورة نقطة بإزاحة معلومة.
-- التعرف على الإزاحة T التي تحول النقطة A إلى النقطة B .
-- إنشاء صورة نقطة بإزاحة معلومة.
-- التعرف على صورة قطعة و مستقيم ونصف مستقيم وزاوية ودائرة بإزاحة.
-- استعمال إزاحة في حل مسائل هندسية.

توجيهات تربوية

-- يتم التذكير ودعم مكتسبات التلاميذ حول المتجهات.
-- التأكيد على الحفاظ على المسافة و قياس الزوايا.
-- يقدم ضرب متجهة في عدد حقيقي انطلاقا من وضعيات هندسية بسيطة علما أن تحقيق هذه الكفاية سيتم في الجذع المشترك العلمي و الجذع المشترك التكنولوجي.

التدبير الزمني

الإزاحة ؛ ضرب متجهة في عدد حقيقي	10س

المكتسبات القبلية

- تعريف متجهة ـ تساوي متجهتين وربطه بمتوازي الاضلاع -
- علاقة شال في المتجهات
- $n\overrightarrow{AB}$ حيث n عدد صحيح نسبي
- مفهوم الازاحة ـ إنشاء صورة نقطة
- مبرهنة طاليس

الامتدادات

- الحساب المتجهي (الجدع المشترك)
- الازاحة و التحاكي والتماثل المركزي (التعريف المتجهي لهذه التحويلات)
- الهندسة التحليلية
- العلوم الفزيائية

الأهداف	الأنشطة	محتوى الدرس	تقويم وملاحظات

الأهداف

التعرف على تساوي متجهتين وربط ذلك بمتوازي الاضلاع

الأنشطة

تذكير

ABCD شبه منحرف متساوي الساقين قاعدتاه هما $[AB]$ و $[CD]$

1- أذكر أصل وطرف كل من المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$

2- أذكر متجهتين لهما نفس الاتجاه و ليس لهما نفس المنحى .علل جوابك

3- أذكر متجهتين لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى.علل جوابك

4- أذكر متجهتين لهما نفس المنظم (المعيار) .علل جوابك

5- أ - أنشئ النقطة M بحيث يكون للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DM}$ نفس الاتجاه و نفس المنحى و نفس المنظم

ب - بين أن: ABMD متوازي الاضلاع

تذكير

I – $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متجهتان غير منعدمتين $C \notin (AB)$

1- أنشئ النقطة D بحيث ABDC متوازي الاضلاع

2- ماذا تمثل المتجهة $\overrightarrow{AD}$؟

3- اتمم مايلي :

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}=......\ ;\ \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CD}=......$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=......\ ;\ \overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=......$

محتوى الدرس

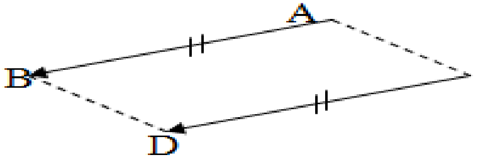
I – المتجهات :

1- تساوي متجهتين :

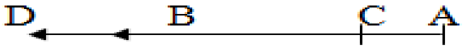
تعريف :

نقول أن متجهتين متساويتان إذا كان لهما نفس الاتجاه ونفس المنحى ونفس المعيار .

الحالة1:



الحالة2:



في كلا الحالتين المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الإتجاه أي (AB) // (CD)

لهما نفس المنحى .

لهما نفس المنظم (المعيار) AB = CD .

إذن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

ملاحظة 1:

A و B و D و C نقط غير مستقيمية

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ يعني: ABDC متوازي الأضلاع

- $\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{O}$: متجهة منعدمة

إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{O}$ فإن : A = B

- مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هي المتجهة $\overrightarrow{BA}$.

و نكتب : $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$.

تقويم وملاحظات

تمرين :

ABC مثلث

1) – أنشئ M بحيث : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}$

2) – أنشئ N بحيث : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{CB}$.

3) – استنتج أن A منتصف $[MN]$

تمرين :

ABCD متوازي الاضلاع مركزه o

– أنشئ N بحيث : $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{BN}$.

بين أن: ONCD متوازي الاضلاع

تمرين :

$ABCD$ متوازي الأضلاع و I منتصف $[BC]$.

1) – أنشئ E مماثلة A بالنسبة ل I .

2) – لتكن J منتصف $[BE]$. أنشئ F مماثلة A بالنسبة للنقطة J .

3) – أثبت أن : $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{EF}$

الأهداف

انشاء $\vec{AB}+\vec{AC}$ و $\vec{AB}+\vec{CD}$

استعمال علاقة شال

انشاء $\alpha\vec{AB}$ حيث α عدد حقيقي في حالات بسيطة

الأنشطة

II- $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ متجهتان حيث : $C\in(AB)$

- أنشئ النقطة D بحيث $\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$

تذكير

$\vec{AB}$ و $\vec{BC}$ متجهتان

- اتمم مايلي :

$\vec{AB}+\vec{BC}=......$

ماذا تسمى هذه العلاقة ؟

تمهيد:

1- $\vec{AB}$ متجهة معلومة , أنشئ M حيث

- $M\in(AB)$
- $\vec{AM}$ و $\vec{AB}$ لهما نفس المنحى
- $AM=4AB$

في هذه الحالة نكتب: $\vec{AM}=4\vec{AB}$

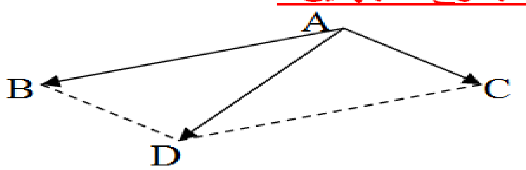
2- $\vec{AB}$ متجهة معلومة , أنشئ M حيث

- $M\in(AB)$
- $\vec{AM}$ و $\vec{AB}$ لهما منحيان متعاكسان
- $AM=1.5AB$

في هذه الحالة نكتب: $\vec{AM}=-1.5\vec{AB}$

محتوى الدرس

2- مجموع متجهتين :

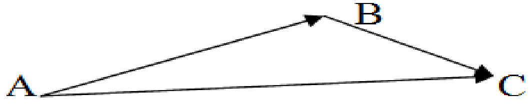


تعريف :

A و B و D و C نقط غير مستقيمية

نقول أن المتجهة $\vec{AD}$ هي مجموع المتجهتين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ إذا كان ABDC متوازي الأضلاع

و نكتب : $\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$



خاصية:

مهما كانت النقط A و B و C فإن :

$\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$

(هذه العلاقة تسمى علاقة شال)

3- جداء متجهة في عدد حقيقي :

تعريف:

$\vec{AB}$ متجهة و α عدد حقيقي.

نقول أن المتجهة $\vec{AM}$ هي جداء $\vec{AB}$ في العدد α و نكتب $\vec{AM}=\alpha\vec{AB}$ إذا كان :

* $AM=\alpha AB$ و $\vec{AM}$ و $\vec{AB}$ لهما نفس المنحى في حالة α موجب
* $AM=-\alpha AB$ و $\vec{AM}$ و $\vec{AB}$ لهما منحيان متعاكسان في حالة α سالب .

ملاحظة: $0\times\vec{AB}=\vec{O}$ و $\alpha\times\vec{O}=\vec{O}$

تقويم وملاحظات

تمرين :

ABCD متوازي الأضلاع

أنشئ النقطتين M و N بحيث :

$\vec{AM}=\vec{AB}+\vec{AC}$

و $\vec{AN}=\vec{AC}+\vec{AD}$

بين المتجهتين : $\vec{BD}=\vec{MN}$.

تمرين :

ABC مثلث و I منتصف $[BC]$.

1) – أنشئ النقطة D بحيث :

$\vec{CD}=\vec{CA}+\vec{IB}$.

2) – أثبت أن : $\vec{DB}=\vec{AI}$.

تمرين :

اختصر ما يلي :

$\vec{EF}+\vec{GE}+\vec{FG}$

$\vec{AB}-\vec{BD}+\vec{CA}-\vec{CB}$

$\vec{FE}-\vec{GE}-\vec{GF}+\vec{GH}+\vec{GF}$

$\vec{ED}+\vec{BA}+\vec{DC}-\vec{EA}-\vec{BC}$

تمرين :

ABC مثلث .

1) – أنشئ E و F بحيث :

$\vec{AE}=2\vec{AB}$ و $\vec{AF}=2\vec{AC}$.

2) – بين أن : $\vec{BE}=\vec{AB}$.

3) – بين أن : $\vec{EF}=2\vec{BC}$.

الأهداف

– ربط استقامية النقط A و B و M بالعلاقة $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}$

– ربط $(MN)\parallel(AB)$ بالعلاقة $\overrightarrow{MN}=\alpha\overrightarrow{AB}$

الأنشطة

تمهيد :

1- إذا كان $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}$ ماذا يمكن أن نقول عن النقط : A و B و M؟

2- A و B و M نقط مستقيمية

- إذا كان للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ نفس المنحى بين أن : $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}$

حيث : $\alpha=\frac{AM}{AB}$

- إذا كان للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ منحيان متعاكسان بين أن :

$\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}$ حيث : $\alpha=-\frac{AM}{AB}$

تمهيد :

1- $\overrightarrow{AB}$ متجهة و M نقطة من المستوى

أنشئ C حيث $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}$

أنشئ N حيث $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}$

– بين أن : $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{AB}$

– بين أن : $(MN)\parallel(AB)$

محتوى الدرس

مثال 1: $\overrightarrow{AB}$ متجهة معلومة

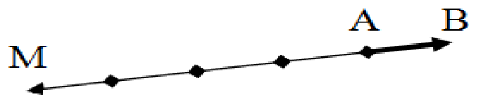
ننشئ M حيث : $\overrightarrow{AM}=4\overrightarrow{AB}$

يعني أن:
- $M\in(AB)$
- $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى
- $AM=4AB$

مثال 2: $\overrightarrow{AB}$ متجهة معلومة

ننشئ M حيث : $\overrightarrow{AM}=-4\overrightarrow{AB}$

يعني أن:
- $M\in(AB)$
- $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ متعاكستي المنحى
- $AM=4AB$



خاصية :

$\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}$ يعني أن النقط A و B و M مستقيمية

خاصية :

$\overrightarrow{MN}=\alpha\overrightarrow{AB}$ يعني أن المستقيمين (AB) و (MN) متوازيان

ملاحظة :

M منتصف [AB] يعني أن :

$\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{O}$

و $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

تقويم وملاحظات

تمرين :

ABC مثلث

- أنشئ النقطة M حيث: $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$
- أنشئ النقطة N حيث: $\overrightarrow{CN}=-2\overrightarrow{CA}$

1- برهن أن : $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AC}$

2- برهن أن : $\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{BC}$

3- ماذا تستنتج عن المستقيمين (MN) و(BC)؟

تمرين :

ليكن ABCD متوازي أضلاع.

1) – أنشئ النقطتين E و F بحيث : $\overrightarrow{AE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

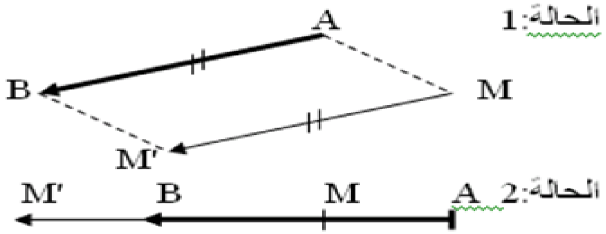
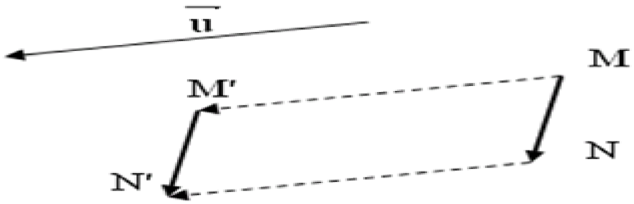
2) – أثبت أن النقط C و A و F مستقيمية.

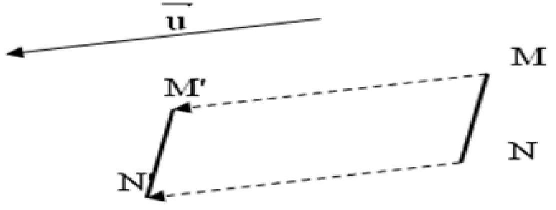
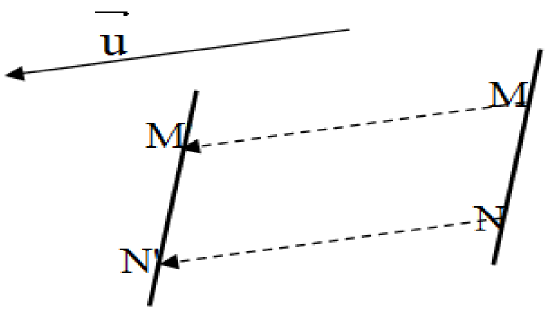
ليكن ABC مثلثا و I و J و K ثلاث نقط بحيث : $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

1) – بين أن : $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

و أن : $\overrightarrow{JK}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}-\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$

2) – استنتج أن النقط : I و J و K مستقيمية.

الأهداف	الأنشطة	محتوى الدرس	تقويم وملاحظات
التعرف صورة نقطة بإزاحة وإنشائها التعرف على الخاصية الأساسية للإزاحة واستعمالها	تمهيد : $\overrightarrow{AB}$ متجهة و M نقطة من المستوى أنشئ ’M حيث $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ تمهيد : $\vec{u}$ متجهة و M و N نقطتان من المستوى أنشئ ’M و ’N صورتي M و N بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ – بين أن : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$	**I – الإزاحة :**  في كلا الحالتين 'M هي صورة M بالازاحة التي تحول A الى B تعريف : نقول أن النقطة 'M هي صورة نقطة M بالازاحة التي تحول A الى B إذا كان : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ الازاحة التي تحول A الى B تسمى أيضا الازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$. *خاصية أساسية نعتبر ازاحة ذات متجهة $\vec{u}$  خاصية : إذا كانت 'M و 'N صورتي M و N على التوالي بالازاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ فإن : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$	تمرين : $ABCD$ متوازي الأضلاع . 1) – أنشئ E صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى D. 2) – أنشئ F صورة B بالإزاحة التي تحول A إلى C. 3) – برهن أن E هي صورة D بالإزاحة التي تحول C إلى D . 4) – برهن أن F هي صورة C بالإزاحة التي تحول D إلى C. 5) – استنتج أن $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CF}$ و أن $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{AB}$ تمرين : ABCD متوازي أضلاع مركزه O 1) – أنشئ النقطة E صورة D بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AC}$. 2) – أنشئ النقطة F مماثلة D بالنسبة للنقطة A . أثبت أن O منتصف القطعة [EF]

الأهداف	الأنشطة	محتوى الدرس	تقويم وملاحظات
ـ معرفة و إنشاء صور كل من القطعة والمستقيم ونصف مستقيم بإزاحة ـ استعمال خاصية الحفاظ على المسافة واستقامية النقط في حل مسائل هندسية	**تمهيد :** $\vec{u}$ متجهة و M و P و N نقط من مستقيم (D) في هذا الترتيب أنشئ 'M و 'P و 'N صور M و P و N على التوالي بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ 1– بين أن : $MN = M'N'$ و $(MN)//(M'N')$ 2– بين أن : النقط 'M و 'P و 'N مستقيمية. 3– حدد صورة القطعة [MN] بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ 4– حدد صورة المستقيم (MN) بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ 5– حدد صورة نصف المستقيم [MN) بالإزاحة $t_{\vec{u}}$	**II- صور بعض الاشكال بإزاحة :** نعتبر ازاحة ذات متجهة $\vec{u}$  - صورة قطعة [MN] بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ هي : القطعة [M'N'] ولدينا : MN=M'N' --- نقول ان الازاحة تحافظ على المسافة ---  - صورة مستقيم (MN) بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ هي : المستقيم (M'N') ولدينا: (M'N')//(MN) **خاصية :** صور نقط مستقيمية بإزاحة هي أيضا نقط مستقيمية	**تمرين :** EFGH مربع بحيث : EF = 3 cm . 1) – أنشئ A صورة E بالإزاحة t ذات المتجهة $\overrightarrow{EG}$. 2) – أنشئ B صورة H بالإزاحة t . 3) -- أحسب : AB . **تمرين :** ABC مثلث و (AH) ارتفاعا له أنشئ 'B و 'C صورتي B و C على التوالي بالإزاحة التي تحول A إلى H . 1- حدد صورة المستقيم (BC) بالإزاحة التي تحول A إلى H . 2- بين أن : $(AH)\perp(BC)$ **تمرين :** ABCD متوازي أضلاع مركزه O . 1) – أنشئ E صورة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$. 2) – أنشئ F صورة C بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$. 3) – أثبت أن النقط : E و D و F مستقيمية.

الأهداف

معرفة و إنشاء صورة زاوية بإزاحة

معرفة و إنشاء صورة دائرة بإزاحة

الأنشطة

تمهيد :

$\vec{u}$ متجهة و $M\hat{O}N$ زاوية

أنشئ ’M و ’O و ’N صور M و O و N على التوالي بالإزاحة $t_{\vec{u}}$

1– حدد صورة نصف المستقيم [ON) بالإزاحة $t_{\vec{u}}$

– حدد صورة نصف المستقيم [OM) بالإزاحة $t_{\vec{u}}$

2– استنتج صورة الزاوية $M\hat{O}N$ بالإزاحة $t_{\vec{u}}$

3– بين أن : $M\hat{O}N = M'\hat{O}'N'$

تمهيد :

$\vec{u}$ متجهة و $C_{(O;2cm)}$ دائرة

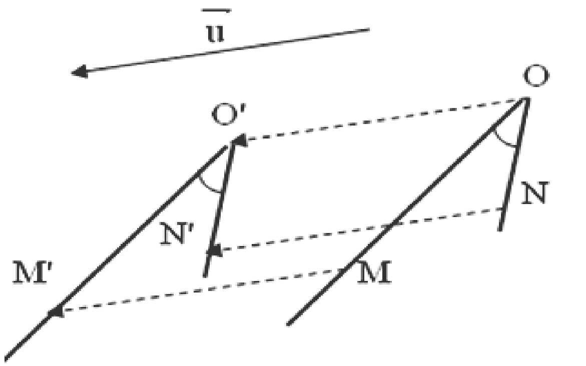
- أنشئ ’O صورة O بالإزاحة $t_{\vec{u}}$
- لتكن M نقطة من الدائرة $C_{(O;2cm)}$ و ’M صورة M بالإزاحة $t_{\vec{u}}$

1– أحسب : ’O’M

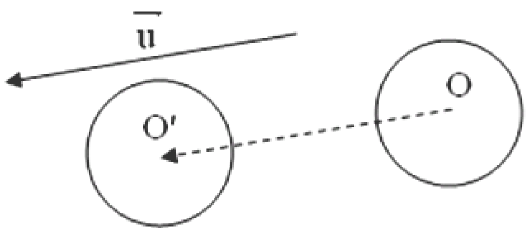
– أستنتج أن النقطة ’M تنتمي الى الدائرة $C'_{(O';2cm)}$

2– استنتج صورة الدائرة $C_{(O;2cm)}$ بالإزاحة $t_{\vec{u}}$

محتوى الدرس



- صورة زاوية $[M\hat{O}N]$ بالازاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ هي : الزاوية $[M'\hat{O}'N']$
- ولدينا : $M\hat{O}N = M'\hat{O}'N'$
-
- نقول أن الإزاحة تحافظ على قياس زاوية -



- صورة دائرة (C) مركزها O بالازاحة ذات متجهة $\vec{u}$ هي الدائرة ('C) التي مركزها 'O صورة O بنفس الإزاحة، وشعاعها نفس شعاع الدائرة (C).

تقويم وملاحظات

تمرين :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

E نقطة من القطعة [BC]

أنشئ ’B و ’C صورتي B و C على التوالي بالإزاحة التي تحول A إلى E .

1) – أثبت أن المثلث ’A’B’C قائم الزاوية.

2) – بين أن : (B’C’) // (BC) .

تمرين :

لتكن O و ’O نقطتين من المستوى و لتكن $(\mathscr{C})$ الدائرة التي مركزها O وشعاعها $r = \frac{1}{4}OO'$

1) – أنشئ $(\mathscr{C}')$ صورة $(\mathscr{C})$ بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OO'}$.

2) – لتكن E نقطة من $(\mathscr{C})$ و ’E نقطة من المستوى بحيث : OEE’O’ متوازي الأضلاع.

بين أن : النقطة ’E تنتمي إلى الدائرة $(\mathscr{C}')$.