Triangle et droites parallèles

2ASC

Mathématiques

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⴳ ⴰⵣⵣⴰⵏⴰⵡ

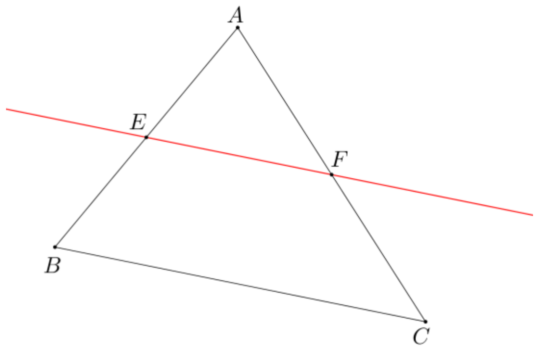
لمملكة المغربية
ارة التربية الوطنية
لتكوين المهني

Académie Régionale d'Éducation et de Formation
Région de Casablanca - Settat
Direction Provinciale de Mohammedia

I_ La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle :

1/ Exemple :

Soient ABC un triangle et E et F les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$.



On remarque les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

2/ Propriété 1 :

La droite qui passe par les milieux de deux côtes d'un triangle est parallèle au troisième côté.

*/ Autrement dit :

Soit ABC un triangle.

Si $\begin{cases} E \text{ est le milieu de } [AB] \\ F \text{ est le milieu de } [AC] \end{cases}$ alors : $(EF)//(BC)$.

*/ Remarques importantes :

1/ Pour appliquer cette propriété en a besoin d'un triangle et les milieux de deux côtés.

2/ On utilise cette propriété pour montrer que deux droites sont parallèles.

*/ Exercice d'application :

Soient ABC un triangle et M le milieu de $[AB]$.

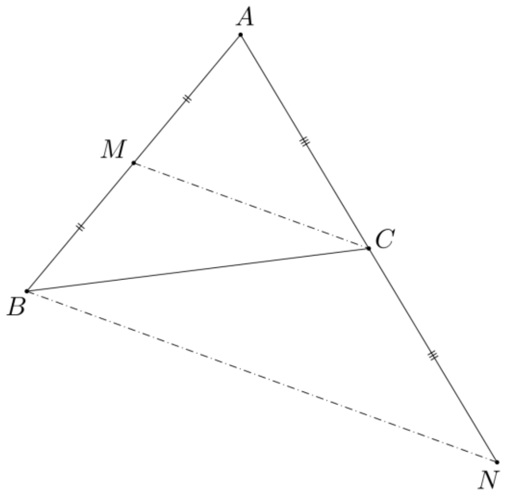
Le point N est le symétrique du point A par rapport au point C.

1/ Tracer la figure.

2/ Montrer que : $(MC)//(BN)$.

*/ Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que $(MC)//(BN)$:

On sait que M est le milieu de $[AB]$.

Et puisque le point N est le symétrique du point A par rapport au point C.

Alors : C est le milieu de $[AN]$.

Donc :

Dans le triangle ABN on a :

$$\begin{cases} M \text{ est le milieu du côté } [AB] \\ C \text{ est le milieu du côté } [AN] \end{cases}$$

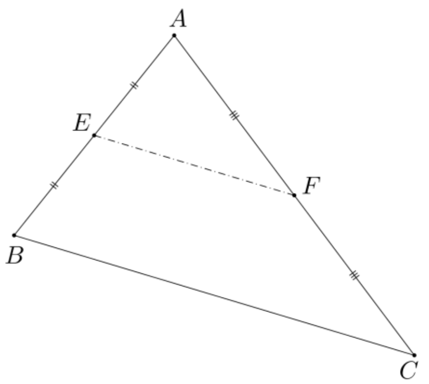
D'où : $(MC)//(BN)$

II_ La distance entre les milieux de deux côtés d'un triangle :

1/ Exemple :

Soit ABC un triangle tel que $BC = 6\,cm$.

Soient E et F les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$.



En utilisant la règle, on trouve que $EF = 3\,cm$.

Donc : on remarque que : $EF = \frac{BC}{2}$.

2/ Propriété 2 :

La distance entre les milieux de deux côtes d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

*/ Autrement dit :

Soit ABC un triangle.

Si $\begin{cases} E \text{ est le milieu de } [AB] \\ F \text{ est le milieu de } [AC] \end{cases}$ alors : $EF = \frac{BC}{2}$.

*/ Remarques importantes :

1/ Pour appliquer cette propriété en a besoin d'un triangle et les milieux de deux côtés.

2/ On utilise cette propriété pour calculer les longueurs.

*/ Exercice d'application :

Soit ABC un triangle tel que : $BC = 4\,cm$.

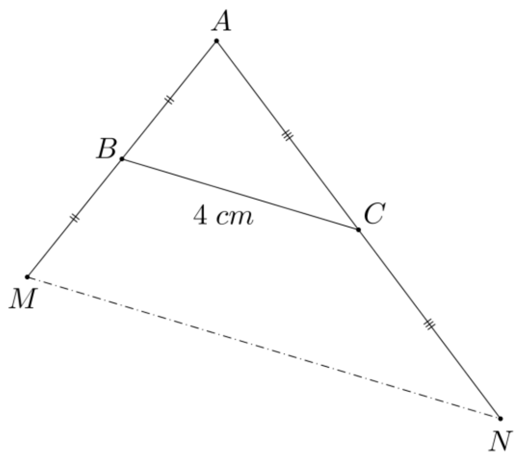
Soient M et N les symétriques respectifs du point A par rapport à B et C.

1/ Tracer la figure.

2/ Montrer que : $MN = 8\,cm$.

*/ Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que : $MN = 8\,cm$.

On sait que M est le symétrique de A par rapport à B, donc : B est le milieu de $[AM]$.

Et que N est le symétrique de A par rapport à C, donc : C est le milieu de $[AN]$.

Donc :

Dans le tringle AMN on a :

$\begin{cases} B \text{ est le milieu du côté } [AM] \\ C \text{ est le milieu du côté } [AN] \end{cases}$, signifie que : $BC = \dfrac{MN}{2}$

C'est-à-dire : $4 = \dfrac{MN}{2}$

Donc : $MN = 4 \times 2$

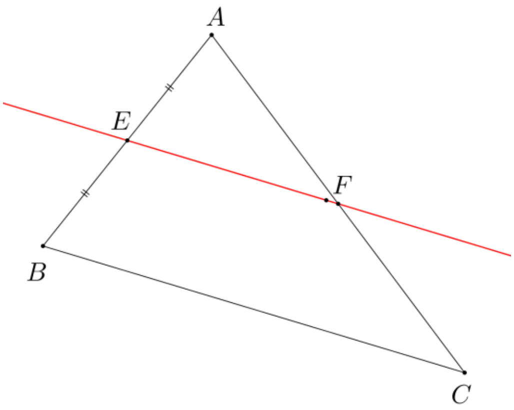
D'où : $\boxed{MN = 8\,cm}$

III_ La droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle et parallèle au deuxième côté :

1/ Exemple :

Soient ABC un triangle et E le milieu du côtés $[AB]$.

La droite qui passe par E et parallèle à (BC) coupe le côté $[AC]$ en F .



En utilisant le compas, on trouve que F est le milieu du côté $[AC]$.

2/ Propriété 3 :

La droite qui passe par le milieu du côté d'un triangle et parallèle au deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.

*/ Autrement dit :

Soit ABC un triangle.

Si $\begin{cases} \text{E est le milieu de } [AB] \\ \text{La parallèle à } (BC) \text{ passant par E coupe } [AC] \text{ en F} \end{cases}$ alors : F est le milieu du côté $[AC]$

*/ Remarques importantes :

1/ Pour appliquer cette propriété en a besoin d'un triangle, le milieu d'un côté et d'une Parallèle au deuxième côté qui passe par ce milieu.

2/ On utilise cette propriété pour montrer le milieu du côté d'un triangle.

*/ Exercice d'application :

Soient ABC un triangle et E le symétrique du point A par rapport à C

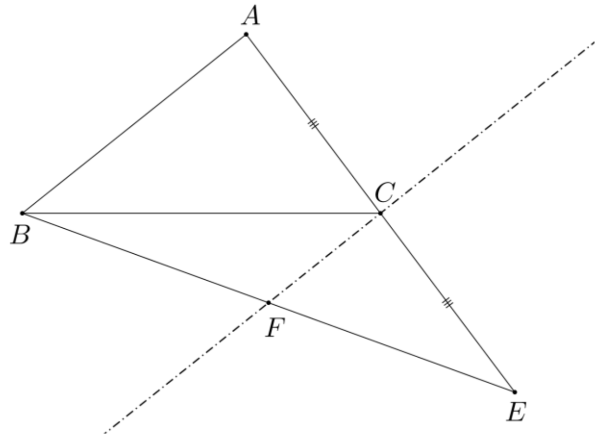
La parallèle à (AB) passant par C coupe $[BE]$ en F .

1/ Tracer la figure.

2/ Montrer que F est le milieu du côté $[BE]$.

*/ Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que F est le milieu du côté $[BE]$.

Puisque E est le symétrique de A par rapport à C, alors C est le milieu de $[AE]$.

Donc :

Dans le triangle ABE on a :

$$\begin{cases} \text{C milieu du côté } [AE] \\ \text{La parallèle à } (AB) \text{ passant par C coupe } [BE] \text{ en F} \end{cases}$$

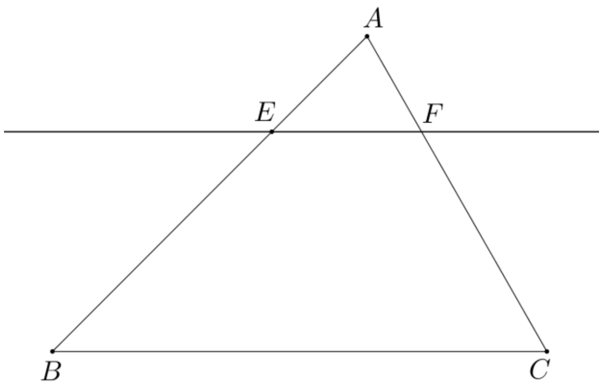
D'où : F est le milieu du côté $[BE]$.

IV_ La droite qui coupe deux côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté :

1/ Exemple :

Soient ABC un triangle tel que : .

Soient E et F deux points tels que : $E \in [AB]$, $F \in [AC]$ et $(EF)//(BC)$.



Donc cela nous permis d'écrire : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

2/ Propriété 4 :

Soit ABC un triangle.

Si $\begin{cases} E \in [AB] \\ F \in [AC] \end{cases}$ tel que : $(EF)//(BC)$ alors : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} = \dfrac{EF}{BC}$

*/ Remarques importantes :

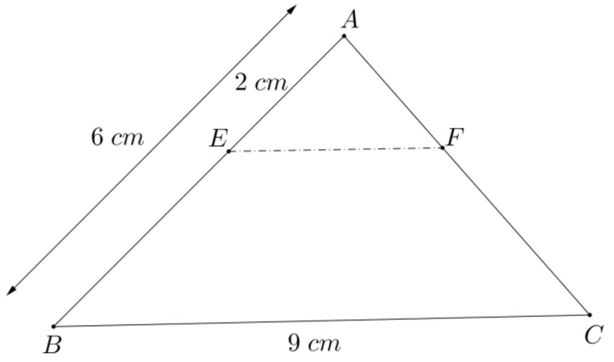
1/ Pour appliquer cette propriété en a besoin d'un triangle, de deux points qui appartiennent à deux côté et d'une parallèle au troisième côté qui passe par ces deux points.

2/ On utilise cette propriété pour calculer les longueurs.

*/ Exercice d'application :

On considère la figure suivante telle que :

ABC un triangle , $AB = 6\,cm$, $AE = 2\,cm$, $BC = 9\,cm$ et $(EF)//(BC)$.



Montrer que : $EF = 3\,cm$.

*/ Solution :

Montrons que : $EF = 3\,cm$.

On a dans le triangle ABC :

$\begin{cases} E \in [AB] \\ F \in [AC] \end{cases}$

Et puisque : $(EF)//(BC)$, alors : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} = \dfrac{EF}{BC}$.

Donc : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EF}{BC}$.

C'est-à-dire : $\dfrac{2}{6} = \dfrac{EF}{9}$ signifie que : $EF = \dfrac{2 \times 9}{6} = \dfrac{18}{6}$.

D'où : $\boxed{EF = 3\,cm}$.