



I_ Multiplication des nombres rationnels :

1/ Produit de deux nombres rationnels non nuls :

a)_ Règle 1 :

$$\text{Soient } \frac{a}{b} \text{ et } \frac{c}{d} \text{ deux nombres rationnels : } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

b)_ Le signe du produit de deux nombres rationnels :

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels :

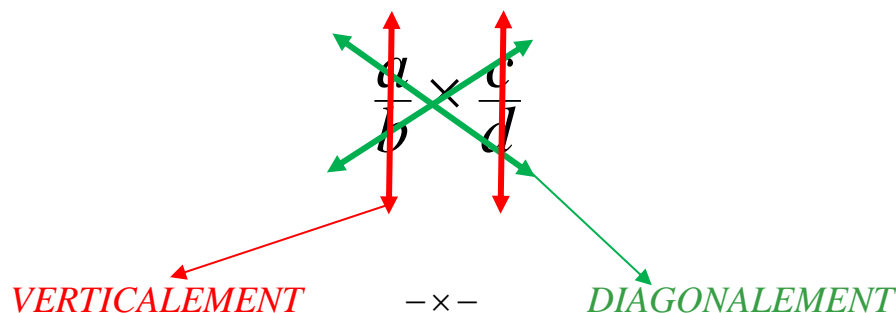
$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} > 0 \quad \text{Signifie que } \frac{a}{b} \text{ et } \frac{c}{d} \text{ sont de même signe.}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} < 0 \quad \text{Signifie que } \frac{a}{b} \text{ et } \frac{c}{d} \text{ sont de signes différents.}$$

c)_ Remarques importantes :

1/ Avant de calculer le produit de deux ou plusieurs nombres rationnels, il d'abord les rendre irréductibles (C'est obligatoire).

2/ Dans une multiplication pour rendre les nombres rationnels irréductibles on le fait **VERTICALEMENT** ou **DIAGONALEMENT**



d)_ Exemples :

1/ Calculons en rendant les nombres rationnels irréductibles **VERTICALEMENT** :

$$\frac{22}{16} \times \frac{7}{3} = \frac{11}{8} \times \frac{7}{3} \quad ;; \quad \frac{36}{24} \times \frac{-21}{14} \times \frac{7}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{77}{24} \quad \quad \quad = \frac{-63}{8}$$

2/ Calculons en rendant les nombres rationnels irréductibles **DIAGONALEMENT** :

$$\frac{\cancel{35} \times \cancel{-9}}{\cancel{18} \times \cancel{15}} = \frac{7}{2} \times \frac{-1}{3} \quad ; ; \quad \frac{\cancel{22} \times \cancel{8} \times \cancel{14}}{\cancel{14} \times \cancel{11} \times \cancel{12}} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-7}{6} \quad ; ; \quad = \frac{4}{3}$$

3/ Calculons en rendant les nombres rationnels irréductibles **VERTICALEMENT** puis **DIAGONALEMENT**.

$$\frac{\cancel{27}}{\cancel{36}} \times \frac{20}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{\cancel{20}}{\cancel{7}} \quad ; ; \quad \frac{\cancel{33}}{\cancel{11}} \times \frac{\cancel{15}}{\cancel{24}} \times \frac{\cancel{12}}{\cancel{15}} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1}$$

$$= \frac{3}{1} \times \frac{5}{7} \quad ; ; \quad = \frac{3}{2}$$

$$= \frac{15}{7}$$

2/ Produit d'un nombre rationnel et 1 :

a)_ Règle :

$$\text{Soit } \frac{a}{b} \text{ un nombre rationnel : } \frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}.$$

b)_ Exemples :

$$\frac{-12}{17} \times 1 = \frac{-12}{17} \quad ; ; \quad \frac{27}{11} \times 1 = \frac{27}{11}$$

$$1 \times \frac{-64}{15} = \frac{-64}{15} \quad ; ; \quad 1 \times \frac{113}{241} = \frac{113}{241}$$

3/ Produit d'un nombre rationnel et -1 :

a)_ Règle :

$$\text{Soit } \frac{a}{b} \text{ un nombre rationnel : } \frac{a}{b} \times (-1) = (-1) \times \frac{a}{b} = \frac{-a}{b}.$$

b)_ Exemples :

$$\frac{-11}{19} \times (-1) = \frac{11}{19} \quad ; ; \quad \frac{91}{110} \times (-1) = \frac{-91}{110}$$

$$(-1) \times \frac{-64}{15} = \frac{64}{15} \quad ; ; \quad (-1) \times \frac{13}{41} = \frac{-13}{41}$$

4/ Produit d'un nombre rationnel et 0 :

a)_ Règle :

$$\text{Soit } \frac{a}{b} \text{ un nombre rationnel : } \frac{a}{b} \times 0 = 0 \times \frac{a}{b} = 0.$$

b)_ Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{-123}{137} \times 0 = 0 & \quad ; ; \quad \frac{127}{141} \times 0 = 0 \\ 0 \times \frac{-604}{1005} = 0 & \quad ; ; \quad 0 \times \frac{173}{941} = 0 \end{aligned}$$

5/ Propriété supplémentaire :

a)_ Propriété :

Soit a et b deux nombres relatifs tels que $b \neq 0$.

$$a \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times a = \frac{a}{b}.$$

b)_ Exemples :

$$\begin{aligned} 15 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2} & \quad ; ; \quad \frac{1}{7} \times (-9) = \frac{-9}{7} \\ -17 \times \frac{1}{19} = \frac{-17}{19} & \quad ; ; \quad \frac{1}{11} \times 12 = \frac{12}{11} \end{aligned}$$

6/ Règle du produit de trois nombres rationnels :

a)_ Propriété :

Soient $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ et $\frac{m}{n}$ trois nombresrationnels.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{m}{n} = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) \times \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{m}{n} \right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{m}{n} \right)$$

b)_ Exemples :

$$\begin{aligned} A = \frac{2}{5} \times \frac{-6}{14} \times \frac{10}{2} & \quad ; ; \quad B = \frac{-15}{8} \times \frac{-4}{3} \times \frac{12}{10} & \quad ; ; \quad C = \frac{25}{6} \times \frac{24}{15} \times \frac{9}{8} \\ = \left(\frac{2}{5} \times \frac{10}{2} \right) \times \frac{-6}{14} & \quad = \left(\frac{-15}{8} \times \frac{-4}{3} \right) \times \frac{12}{10} & \quad = \frac{25}{6} \times \left(\frac{24}{15} \times \frac{9}{8} \right) \\ = \left(\frac{1}{1} \times \frac{2}{1} \right) \times \frac{-6}{14} & \quad = \left(\frac{-5}{2} \times \frac{-1}{1} \right) \times \frac{12}{10} & \quad = \frac{25}{6} \times \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{1} \right) \\ = \frac{2}{1} \times \frac{-6}{14} & \quad = \frac{5}{2} \times \frac{12}{10} & \quad = \frac{25}{6} \times \frac{9}{5} \\ = \frac{1}{1} \times \frac{-6}{7} & \quad = \frac{1}{1} \times \frac{6}{5} & \quad = \frac{5}{2} \times \frac{3}{1} \\ = \frac{-6}{7} & \quad = \frac{6}{5} & \quad = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

II_ Division des nombres rationnels :

1/ L'inverse d'un nombre rationnel non nul :

a)_ Règle :

Soient $\frac{a}{b}$ et x deux nombres rationnels non nuls.

L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ noté : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ et on écrit : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

L'inverse de x est $\frac{1}{x}$ noté : $(x)^{-1}$ et on écrit : $(x)^{-1} = \frac{1}{x}$

b)_ Exemples :

*/ L'inverse de $\frac{-11}{5}$ est : $\left(\frac{-11}{5}\right)^{-1} = \frac{-5}{11}$.

*/ L'inverse de $\frac{1}{7}$ est : $\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7$.

*/ L'inverse de -17 est : $(-17)^{-1} = \frac{-1}{17}$

c)_ Propriété :

Soient $\frac{a}{b}$ et x deux nombres rationnels non nuls.

$$\frac{a}{b} \times \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = 1 \quad \text{et} \quad x \times x^{-1} = 1$$

*/ Exercice d'application :

Soient x et y deux nombres rationnels non nuls.

On pose : $A = x(x^{-1} + y) + y(x + y^{-1})$.

Montrer que : $A = 2 + 2xy$.

*/ Solution :

On a :

$$\begin{aligned} A &= x(x^{-1} + y) + y(x + y^{-1}) \\ &= xx^{-1} + xy + yx + yy^{-1} \\ &= 1 + 2xy + 1 \end{aligned}$$

D'où : $A = 2 + 2xy$.

2/ Le quotient d'un nombre rationnel par un nombre rationnel non nul :

a)_ Règle :

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels tels que : $\frac{c}{d} \neq 0$.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad ; ; \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

b)_ Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{12}{8} \div \frac{25}{15} &= \frac{12}{8} \times \frac{15}{25} & ; ; & \quad \frac{\frac{-14}{21}}{\frac{-16}{12}} = \frac{-14}{21} \times \frac{-12}{16} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} & & \quad = \frac{-2}{3} \times \frac{-3}{4} \\ &= \frac{9}{10} & & \quad = \frac{-1}{1} \times \frac{-1}{23} \\ & & & \quad = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{-32}{18}}{12} &= \frac{-32}{1} \times \frac{12}{18} & ; ; & \quad \frac{\frac{10}{45}}{-20} = \frac{10}{45} \times \frac{1}{-20} \\ &= \frac{-32}{1} \times \frac{2}{3} & & \quad = \frac{5}{9} \times \frac{1}{-20} \\ &= \frac{-64}{3} & & \quad = \frac{1}{9} \times \frac{1}{-4} \\ & & & \quad = \frac{-1}{36} \end{aligned}$$