

I_ Développement et factorisation :

1/ Définitions :

a₁)_ Développement :

Le développement c'est l'écriture d'un produit sous forme d'une somme ou d'une différence

a₂)_ Règle :

Soient a , b et k trois nombres rationnels.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \quad \text{et} \quad k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

a₃)_ Exemples :

Développons puis calculons, en simplifions si possible :

$$\begin{aligned}
 A &= 2,5(-3 + 1,5) & ;;& & B &= \frac{-2}{3} \left(\frac{-3}{4} - \frac{1}{2} \right) & ;;& & C &= 5 \left(\frac{4}{5} + \frac{-3}{4} \right) \\
 &= 2,5 \times (-3) + 2,5 \times 1,5 & & & &= \frac{6}{12} + \frac{2}{6} & & & &= \frac{20}{5} + \frac{-15}{4} \\
 &= -7,5 + 3,75 & & & &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} & & & &= \frac{4}{1} - \frac{15}{4} \\
 &= -3,75 & & & &= \frac{5}{6} & & & &= \frac{16}{4} - \frac{15}{4} \\
 & & & & & & & & &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

b₁)_ Factorisation :

La factorisation c'est l'écriture d'une somme ou d'une différence en un produit

b₂)_ Règle :

Soient a , b et k trois nombres rationnels.

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b) \quad \text{et} \quad k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

$b_3)$ Exemples :

Factorisons puis calculons, en simplifions si possible :

$$\begin{aligned} A &= 2,5 \times 11 + 2,5 \times (-3) & ;; & & B &= \frac{-1}{2} \times 3 + \frac{-1}{2} & ;; & & C &= 3 \times \frac{1}{2} - 3 \times \frac{-3}{4} + 3 \times \frac{7}{2} \\ &= 2,5(11-3) & & & &= \frac{-1}{2}(3+1) & & & &= 3 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{-3}{4} + \frac{7}{2} \right) \\ &= 2,5 \times 8 & & & &= \frac{-1}{2} \times 4 & & & &= 3 \times \left(\frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{14}{4} \right) \\ &= 20 & & & &= \frac{-4}{2} & & & &= 3 \times \frac{15}{4} \\ & & & & &= -2 & & & &= \frac{45}{4} \end{aligned}$$

II_ L'opposé d'une somme et l'opposé d'une différence :

1/ Règles :

Soient a et b deux nombres rationnels.

$$-(a+b) = (-a) + (-b) \quad \text{et} \quad -(a-b) = (-a) + b$$

2/ Exemples :

Trouvons les opposés des nombres $\frac{7}{14} + \frac{15}{9}$ et $\frac{25}{10} - \frac{9}{6}$ puis les calculons en simplifions si possible :

On a :

$$\begin{aligned} -\left(\frac{7}{14} + \frac{15}{9}\right) &= \left(\frac{-7}{14}\right) + \left(\frac{-15}{9}\right) & ;; & & -\left(\frac{25}{10} - \frac{9}{6}\right) &= \left(\frac{-25}{10}\right) + \frac{9}{6} \\ &= \frac{-1}{2} - \frac{5}{3} & & & &= \frac{-5}{2} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{-3}{6} - \frac{10}{6} & & & &= \frac{-2}{2} \\ &= \frac{-13}{6} & & & &= -1 \end{aligned}$$

III_ Somme et produit de plusieurs nombre rationnels :

1/ Règle 1 :

La somme de plusieurs nombres rationnels ne change pas si on change l'ordre de ses termes ou on remplace des termes par leur somme.

***/ Exemples :**

Calculons en simplifiant si possible :

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{7} + \frac{5}{2} - \frac{11}{7} + \frac{7}{2} & ;;& B = \frac{14}{3} + \frac{1}{5} - 1 - \frac{7}{6} \\ &= \left(\frac{3}{7} - \frac{11}{7}\right) + \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right) & &= \left(\frac{14}{3} - \frac{7}{6}\right) + \frac{1}{2} - 1 \\ &= \frac{-8}{7} + \frac{12}{2} & &= \left(\frac{28}{6} - \frac{7}{6}\right) + \frac{1}{2} - 1 \\ &= \frac{-8}{7} + \frac{6}{1} & &= \frac{21}{6} + \frac{1}{2} - 1 \\ &= \frac{-8}{7} + \frac{42}{7} & &= \frac{7}{2} + \frac{1}{2} - 1 \\ &= \frac{34}{7} & &= \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{2}\right) - 1 \\ & & &= \frac{8}{2} - 1 \\ & & &= 4 - 1 \\ & & &= 3 \end{aligned}$$

2/ Règle 2 :

Le produit de plusieurs nombres rationnels ne change pas si on change l'ordre de ses termes ou on remplace des termes par leur produit.

***/ Exemples :**

Calculons en simplifiant si possible :

$$\begin{aligned} A &= \frac{-4}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{-5}{3} \times 11 & ;;& B = \frac{7}{6} \times \frac{-4}{9} \times \frac{6}{2} \\ &= \left(\frac{-4}{5} \times \frac{-5}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3} \times 11\right) & &= \left(\frac{7}{6} \times \frac{6}{2}\right) \times \frac{-4}{9} \\ &= \left(\frac{-4}{1} \times \frac{-1}{3}\right) \times \frac{11}{3} & &= \left(\frac{7}{1} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{-4}{9} \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{11}{3} & &= \frac{7}{2} \times \frac{-4}{9} \\ &= \frac{44}{9} & &= \frac{7}{1} \times \frac{-2}{9} \\ & & &= \frac{-14}{9} \end{aligned}$$

IV_ Les règles d'organisation de calcul :

1/ Règle 1 : Calcul sans parenthèses

Dans un calcul sans parenthèses on commence par la multiplication et la division avant l'addition et la soustraction

*/ Exemples :

Calculons en simplifiant si possible :

$$\begin{aligned}A &= \frac{7}{5} + \frac{6}{8} \times \frac{12}{4} - \frac{9}{15} \div \frac{2}{4} \\ &= \frac{7}{5} + \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} - \frac{9}{15} \times \frac{4}{2} \\ &= \frac{7}{5} + \frac{9}{4} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{1} \\ &= \frac{7}{5} + \frac{9}{4} - \frac{6}{5} \\ &= \left(\frac{7}{5} - \frac{6}{5} \right) + \frac{9}{4} \\ &= \frac{1}{5} + \frac{9}{4} \\ &= \frac{4}{20} + \frac{45}{20} \\ &= \frac{49}{20}\end{aligned}$$

2/ Règle 2 : Calcul avec parenthèses

Dans un calcul avec parenthèses, on calcule d'abord ce qui est entre parenthèses en commençant par les parenthèses les plus intérieures.

*/ Exemples :

Calculons en simplifiant si possible :

$$\begin{aligned}B &= \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \left(3 - \frac{2}{3} \right) \right) - 1 \\ &= \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{9}{3} - \frac{2}{3} \right) \right) - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3} \right) - 1 \\ &= \frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{6} + \frac{14}{6} \right) - 1 \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{17}{6} - 1 \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{17}{3} - 1 \\ &= \frac{17}{15} - 1 \\ &= \frac{17}{15} - \frac{15}{15} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$