	Triangle rectangle et cercle	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ · المملكة المغربية
	2ASC	ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ · وزارة التربية الوطنية
	Mathématiques	ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵙⵏⵎⵍⴰⵏ · والتكوين المهني
		Académie Régionale d'Éducation et de Formation Région de Casablanca - Settat Direction Provinciale de Mohammedia

I_ Triangle rectangle :

*/ Propriétés du milieu de l'hypoténuse :

a/ Propriété directe :

> Si un triangle est rectangle, alors le milieu de son hypoténuse est équidistant aux sommets de ce triangle.

*/ D'une autre façon :

> Si ABC est un triangle rectangle en A et M milieu de $[BC]$, alors :
> $MA = MB = MC$

*/ Exercice d'application :

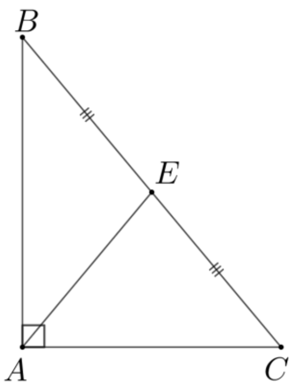
Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $BC = 8\,cm$

Et soit E le milieu de $[BC]$.

1/ Tracer la figure.
2/ Montrer que AEC est un triangle isocèle.
3/ Déduire la longueur EA

*/ Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que AEC est un triangle isocèle :

On sait que ABC est un triangle rectangle en A.

Et puisque E est le milieu de son hypoténuse $[BC]$, alors : $EA = EB = EC$.

Donc : on va choisir : $EA = EC$

D'où : AEC est un triangle isocèle en A .

3/ Déduisons la longueur EA :

On sait que E est le milieu de $[BC]$

Donc : $EC = \dfrac{BC}{2}$.

C'est-à-dire : $EC = \dfrac{8}{2} = 4\,cm$.

Et puisque : $EA = EC$ (d'après la question 2), alors : $\boxed{EC = 4\,cm}$.

b/ Propriété réciproque :

Si dans un triangle le milieu de l'un de ses côté est équidistant à ses sommets, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté.

*/ D'une autre façon :

Si ABC est un triangle et M milieu de $[BC]$ tel que $MA = MB = MC$, alors ABC est un triangle rectangle en A .

*/ Exercice d'application :

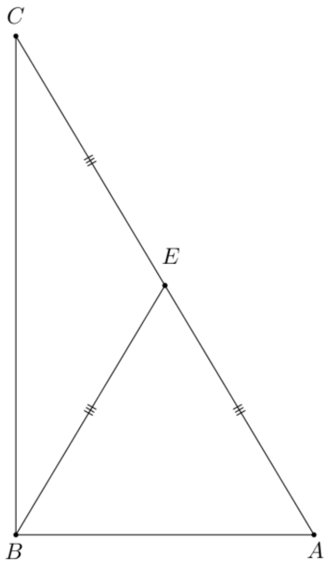
Soit AEB un triangle isocèle en E et soit C le symétrique de A par rapport à E .

1/ Tracer la figure.

2/ Montrer que le triangle ABC est rectangle.

*/ Solution :

1/ Traçons la figure :



2/ Montrons que ABC est un triangle rectangle.

Pour cela on va montrer que : E est le milieu du côté $[AC]$ et que : $EA = EB = EC$.

*/ Puisque C est le symétrique du point A par rapport au point E
alors : E est milieu du côté $[AC]$.

*/ Et puisque AEB est un triangle isocèle en E.
alors : $\boxed{EA = EB}$ (1)

*/ Et puisque E est milieu du côté $[AC]$
alors : $\boxed{EA = EC}$ (2)

De (1) et (2), on déduit que : $\boxed{EA = EB = EC}$

On a donc ABC un triangle et E milieu du côté $[AC]$ tel que :
D'où : le triangle est rectangle en B.

II_ Triangle rectangle et cercle :

1/ Propriétés directe :

a/ Propriété :

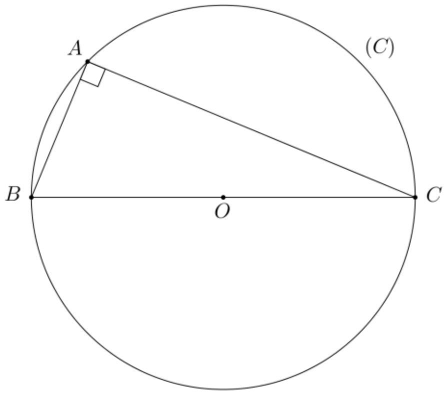
Si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse .
Ce cercle est appelé : cercle circonscrit à ce triangle.

*/ D'une autre façon :

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors il est inscrit dans un cercle de diamètre $[BC]$

b/ Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle en A.
Traçons le cercle (C) de diamètre $[BC]$ et de centre O



On remarque que le cercle passe par les points A, B et C

On dit que le triangle ABC est inscrit dans le cercle $(C$

Le cercle (C) est appelé : Cercle circonscrit au triangle

*/ Exercice d'application :

Soit ABC triangle et (AH) la hauteur issue de A.

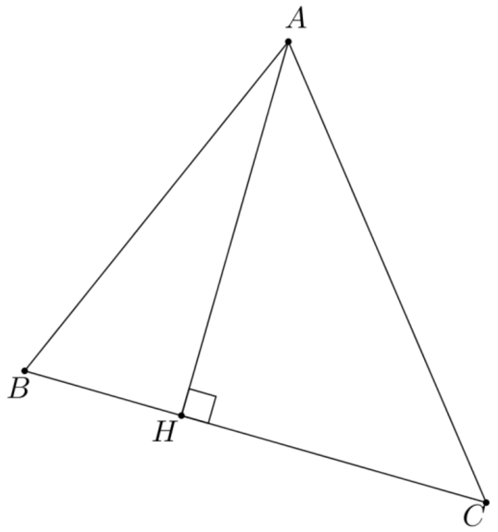
1/ Tracer une figure.

2/ a/ Déterminer en justifiant la réponse, le centre du cercle circonscrit au triangle ABH.

b/ Déduire le rayon de ce cercle.

*/ Solution :

1/ Traçons la figure :



2/ a)_ Déterminons le centre du cercle circonscrit au triangle ABH :

On sait que (AH) est la hauteur du triangle ABC issue de A telle que $H \in [BC]$.

Donc : $(AH) \perp (BC)$

D'où : ABH est un triangle rectangle en H.

Signifie que : ABH est inscrit dans le cercle de diamètre l'hypoténuse $[AB]$.

Par suite : le centre du cercle circonscrit au triangle ABH est le milieu du côté $[AB]$.

b)_ Déduisons le rayon du cercle circonscrit au triangle ABH :

Puisque $[AB]$ est le diamètre du cercle circonscrit au triangle ABH, alors :

Le rayon de ce cercle est $\frac{AB}{2}$.

2/ Propriétés réciproque :

a/ Propriété :

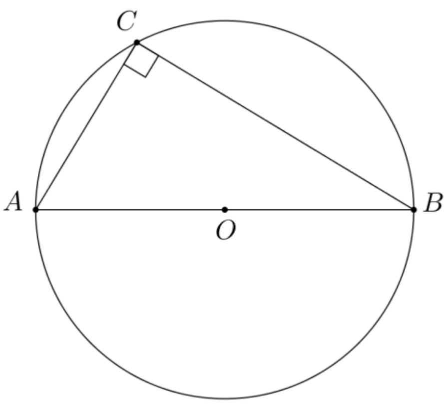
Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté.

*/ D'une autre façon :

Si ABC est un triangle inscrit dans un cercle de diamètre $[BC]$, alors ce triangle est rectangle en A.

b/ Exemple :

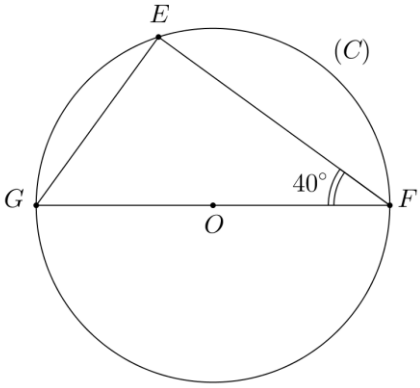
Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle (C) de centre O de diamètre $[AB]$.



On remarque que le triangle ABC est rectangle en C

*/ Exercice d'application :

On considère la figure suivante telle que $E\hat{F}G = 40^\circ$.



Calculer la mesure de l'angle $E\hat{G}F$, en justifiant la réponse.

*/ Solution :

Calculons la mesure de l'angle $E\hat{G}F$:

On a d'après la figure :

EFG est un triangle inscrit dans le cercle (C) de diamètre le côté $[GF]$.

Donc : EFG est un triangle rectangle en E.

D'où : $E\hat{G}F + E\hat{F}G = 90^{\circ}$

C'est à dire : $E\hat{G}F + 40^{\circ} = 90^{\circ}$

Par suite : $E\hat{G}F = 90^{\circ} - 40^{\circ}$

Donc : $\boxed{E\hat{G}F = 50^{\circ}}$.